



.Problema para ajudar na escola: Quanto vale o produto?



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(ONEM 2009 – Adaptado) Sejam m , n e p números naturais não nulos.

Determine o seguinte produto:

$$\sqrt[mn]{5^{m-n}} \times \sqrt{np}{5^{n-p}} \times \sqrt[p]{5^{p-m}}.$$



Lembretes

Para resolver este problema precisaremos das seguintes propriedades fundamentais da potenciação:

- (1) Em um produto de potências de mesma base, conservamos a base e somamos os expoentes:

$$a^{x_1} \cdot a^{x_2} \cdot \dots \cdot a^{x_n} = a^{x_1+x_2+\dots+x_n}.$$

- (2) Se $a \neq 0$, então

$$a^0 = 1.$$

- (3) Uma potência elevada a um expoente fracionário é um radical no qual o índice é o denominador do expoente e o radicando é a base elevada ao numerador do expoente:

$$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}.$$

Solução

Utilizando os **Lembretes**, segue que:

$$\begin{aligned} \sqrt[mn]{5^{m-n}} \times \sqrt{np}{5^{n-p}} \times \sqrt[p]{5^{p-m}} &\stackrel{(3)}{=} 5^{\frac{m-n}{nm}} \times 5^{\frac{n-p}{np}} \times 5^{\frac{p-m}{pm}} \\ &\stackrel{(1)}{=} 5^{\frac{m-n}{nm} + \frac{n-p}{np} + \frac{p-m}{pm}} \\ &= 5^{\frac{(mp-np)+(mn-mp)+(np-mn)}{mnp}} \\ &= 5^{\frac{(mp-mp)+(mn-mn)+(np-np)}{mnp}} \\ &= 5^{\frac{0}{mnp}} \\ &= 5^0 \\ &\stackrel{(2)}{=} 1. \end{aligned}$$

Portanto, $\sqrt[mn]{5^{m-n}} \times \sqrt{np}{5^{n-p}} \times \sqrt[p]{5^{p-m}} = 1$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.



Somando novos talentos para o Brasil

Apoio



Realização

