

.Problema para ajudar na escola: Quais os valores?



Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(UECE , 2017 - Adaptado) Se as raízes da equação $x^2 - 5|x| - 6 = 0$ são também raízes de $x^2 + mx + n = 0$, determine os valores dos números reais m e n .



AJUDA

As raízes da equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ são dadas por

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a},$$

onde a, b, c são números reais, com $a \neq 0$, e $\Delta = b^2 - 4ac$.

Solução

Observe que, para todo número real t , temos que $|t|^2 = t^2$.

Com isso, podemos reescrever a equação $x^2 - 5|x| - 6 = 0$ como $|x|^2 - 5|x| - 6 = 0$ e agora temos uma equação do segundo grau com incógnita $|x|$. Se você se sentir mais confortável, pode chamar $|x|$ de z e trabalhar com a equação $z^2 - 5z - 6 = 0$, uma equação do segundo grau em z .

De acordo com a fórmula de resolução de uma equação do segundo grau, as raízes de $z^2 - 5z - 6 = 0$ podem ser assim calculadas:

$$z = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2}$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$z = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$z = \frac{5+7}{2} \quad \text{ou} \quad z = \frac{5-7}{2}$$

$$\boxed{z=6} \quad \text{ou} \quad \boxed{z=-1}.$$

Sabemos que $z = |x|$; assim, observe que:

- de $z = 6$, segue que $|x| = 6$, donde $x = 6$ ou $x = -6$;
- de $z = -1$, segue que $|x| = -1$ e neste caso não existe um valor real x que satisfaça essa igualdade, pois para qualquer número real a sabemos que $|a| \geq 0$.

Dessa forma, a equação $|x|^2 - 5|x| - 6 = 0$ tem duas raízes: $x_1 = 6$ e $x_2 = -6$.

Para resolver o problema, precisamos encontrar uma equação do segundo grau da forma $x^2 + mx + n = 0$ que tenha 6 e -6 como raízes. Para isso, observe que a equação $(x - 6) \cdot (x + 6) = 0$ tem como raízes 6 e -6 ; dessa forma, vamos fazer o produto $(x - 6) \cdot (x + 6)$ para escrever a equação $(x - 6) \cdot (x + 6) = 0$ na forma $x^2 + mx + n = 0$ e identificar os valores de m e de n .

Veja que:

$$(x - 6) \cdot (x + 6) = 0$$

$$x^2 + 6x - 6x - 36 = 0$$

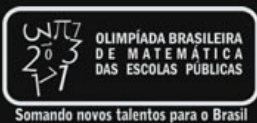
$$x^2 + 0x + (-36) = 0;$$

Portanto, os valores dos números reais m e n que atendem as condições do problema são: $m = 0$ e

$$n = -36.$$

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

