



## .Problema para ajudar na escola: Quais os valores?



### Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(UECE , 2017 - Adaptado) Se as raízes da equação  $x^2 - 5|x| - 6 = 0$  são também raízes de  $x^2 + mx + n = 0$ , determine os valores dos números reais  $m$  e  $n$ .



### AJUDA

As raízes da equação do segundo grau  $ax^2 + bx + c = 0$  são dadas por

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a},$$

onde  $a, b, c$  são números reais, com  $a \neq 0$ , e  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

### Solução

Observe que, para todo número real  $t$ , temos que  $|t|^2 = t^2$ .

Com isso, podemos reescrever a equação  $x^2 - 5|x| - 6 = 0$  como  $|x|^2 - 5|x| - 6 = 0$  e agora temos uma equação do segundo grau com incógnita  $|x|$ . Se você se sentir mais confortável, pode chamar  $|x|$  de  $z$  e trabalhar com a equação  $z^2 - 5z - 6 = 0$ , uma equação do segundo grau em  $z$ .

De acordo com a fórmula de resolução de uma equação do segundo grau, as raízes de  $z^2 - 5z - 6 = 0$  podem ser assim calculadas:

$$z = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2}$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$z = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$z = \frac{5+7}{2} \quad \text{ou} \quad z = \frac{5-7}{2}$$

$$\boxed{z=6} \quad \text{ou} \quad \boxed{z=-1}.$$

Sabemos que  $z = |x|$ ; assim, observe que:

- de  $z = 6$ , segue que  $|x| = 6$ , donde  $x = 6$  ou  $x = -6$ ;
- de  $z = -1$ , segue que  $|x| = -1$  e neste caso não existe um valor real  $x$  que satisfaça essa igualdade, pois para qualquer número real  $a$  sabemos que  $|a| \geq 0$ .

Dessa forma, a equação  $|x|^2 - 5|x| - 6 = 0$  tem duas raízes:  $x_1 = 6$  e  $x_2 = -6$ .

Para resolver o problema, precisamos encontrar uma equação do segundo grau da forma  $x^2 + mx + n = 0$  que tenha 6 e  $-6$  como raízes. Para isso, observe que a equação  $(x - 6) \cdot (x + 6) = 0$  tem como raízes 6 e  $-6$ ; dessa forma, vamos fazer o produto  $(x - 6) \cdot (x + 6)$  para escrever a equação  $(x - 6) \cdot (x + 6) = 0$  na forma  $x^2 + mx + n = 0$  e identificar os valores de  $m$  e de  $n$ .

Veja que:

$$(x - 6) \cdot (x + 6) = 0$$

$$x^2 + 6x - 6x - 36 = 0$$

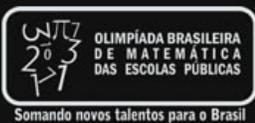
$$x^2 + 0x + (-36) = 0 ;$$

Portanto, os valores dos números reais  $m$  e  $n$  que atendem as condições do problema são:  $m = 0$  e

$$n = -36 .$$

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

