.Problema: Um Sistema de Matrizes

Problema

(Matemática- Dante, Vol. Único) Determine as matrizes X e Y que são as soluções do sistema

$$\begin{cases} X+Y=A+3B \\ X-Y=3A-2B \end{cases},$$

sendo $A=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}4\\2\\0\end{pmatrix}$.

Solução

Notemos que sendo A e B matrizes de ordem 3×1, então as matrizes X e Y também terão essa ordem. Vamos solucionar o sistema, usando o método de adição.

- Somando as duas equações do sistema temos que:

$$2X=4A+B$$
$$X=\frac{1}{2}\cdot 4A+\frac{1}{2}B$$
$$\boxed{X=2A+\frac{1}{2}B}. \qquad (i)$$

- Substituindo (i) na segunda equação do sistema, $X-Y=3A-2B$, obtemos

$$2A+\frac{1}{2}B-Y=3A-2B$$
$$-Y=3A-2B-2A-\frac{1}{2}B$$
$$-Y=A-\frac{5}{2}B$$
$$\boxed{Y=-A+\frac{5}{2}B}. \qquad (ii)$$

Sendo $A=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}4\\2\\0\end{pmatrix}$, segue por (i) e por (ii) que:

$$X = 2A + \frac{1}{2}B$$

$$X = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

$$Y = -A + \frac{5}{2}B$$

$$Y = -\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{5}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Portanto, as soluções do sistema são $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ e $Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.