

## .Problema para ajudar na escola: Três triângulos



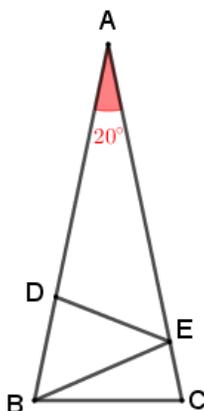
### Problema

(A partir do 8º ano do E. F.)

(OPM, 2014 – Adaptado) Na figura abaixo vemos um triângulo isósceles  $ABC$  de base  $\overline{BC}$  medindo  $10\text{ cm}$  e cuja medida do ângulo relativo ao vértice  $\hat{A}$  é  $20^\circ$ .

Sobre os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  foram marcados os pontos  $D$  e  $E$ , ficando então definidos os segmentos  $\overline{ED}$  e  $\overline{EB}$ , ambos com comprimento  $10\text{ cm}$ .

Qual é a medida do segmento  $\overline{BD}$ ?



### Lembretes

- (1) A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ .
- (2) Todo triângulo isósceles possui os ângulos da base com a mesma medida.

#### Notações:

- Denotaremos a medida do ângulo de vértice  $V$  e definido por dois pontos, digamos  $X$  e  $Y$ , por  $\widehat{XVY}$ .
- Denotaremos o segmento definido por dois pontos, digamos  $X$  e  $Y$ , por  $\overline{XY}$  e o seu comprimento por  $XY$ .

### Solução

O triângulo  $ABC$  é isósceles com base  $\overline{BC}$ ; assim, seus ângulos internos com vértices em  $B$  e  $C$  têm a mesma medida. Com isso, como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ , segue que:

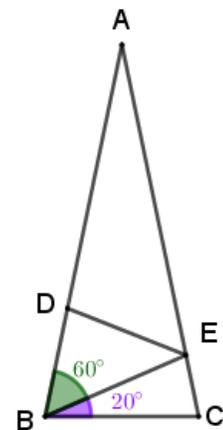
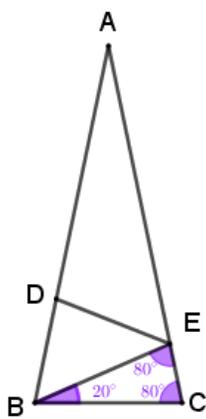
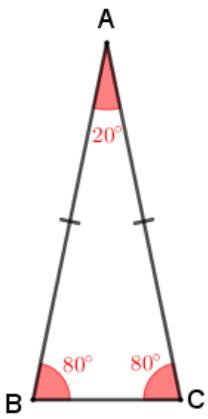
$$\bullet \hat{ABC} = \hat{ACB} = \frac{180^\circ - 20^\circ}{2} = 80^\circ.$$

Perceba agora que o triângulo  $EBC$  é isósceles com base  $\overline{EC}$ , já que  $\overline{EB}$  e  $\overline{BC}$  têm o mesmo comprimento. Logo, segue que:

- $\widehat{EBC} = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$ .

Como  $\widehat{ABC} = 80^\circ$ ,  $\widehat{EBC} = 20^\circ$  e  $\widehat{ABC} = \widehat{EBC} + \widehat{DBE}$ , concluímos que:

- $\widehat{DBE} = \widehat{ABC} - \widehat{EBC} = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$ .



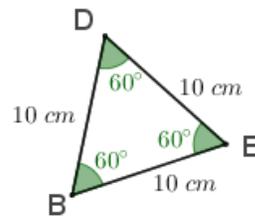
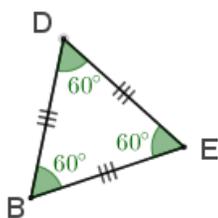
Você pode estar se perguntando o que todas essas medidas de ângulos têm a ver com um problema no qual precisamos encontrar uma medida de segmento, não é?

Mas observe que os segmentos  $\overline{ED}$  e  $\overline{EB}$  têm o mesmo comprimento e, portanto, o triângulo  $EDB$  é isósceles. Dessa forma,  $\widehat{BDE} = \widehat{DBE} = 60^\circ$  e, daí resulta que:

- $\widehat{DEB} = 180^\circ - \widehat{BDE} - \widehat{DBE} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ .

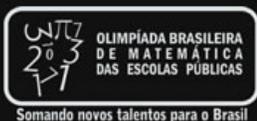
Com isso, podemos concluir que o triângulo  $EDB$  é mais do que um triângulo isósceles:  **$EDB$  é um triângulo equilátero!**

E como  $\overline{ED}$  e  $\overline{EB}$  têm comprimento  $10\text{ cm}$ , todas as medidas angulares que encontramos nos permitem, finalmente, concluir que a medida do segmento  $\overline{BD}$  é  $10\text{ cm}$ .



Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

