

.Problema para ajudar na escola: 45 e 45



Problema

(A partir do 7º ano do E. F.)

(XXVIII OPM – 2009) Quantos números naturais de quatro algarismos terminados em 45 são múltiplos de 45?



Ajuda

Divisibilidade por 5: Um número natural é divisível por 5 se, e somente se, terminar em 0, ou 5.

Divisibilidade por 9: Um número natural é divisível por 9 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 9.

Divisibilidade por 45: Um número natural é divisível por 45 se, e somente se, for divisível simultaneamente por 5 e 9.

Solução

Duas observações iniciais:

- Números naturais de quatro algarismos terminados em 45 são da forma $\overline{ab45}$, sendo a e b algarismos, $a \neq 0$,
- Para que seja múltiplo de 45, $\overline{ab45}$ deve ser múltiplo simultaneamente de 5 e 9.

(Antes de prosseguir, observe que aqui a notação $ab45$ não indica um produto e sim a representação de um número de quatro algarismos no sistema decimal.)

Como termina em 5, $\overline{ab45}$ já é um múltiplo de 5, independentemente dos valores a e b ; dessa forma, precisaremos apenas procurar números da forma $\overline{ab45}$ que sejam múltiplos de 9. E para isso, precisamos procurar algarismos a e b tais que $a \neq 0$ e a soma $a + b + 4 + 5$ seja um múltiplo de 9.

Como $a + b + 4 + 5 = a + b + 9$, basta que a soma dos algarismos a e b seja um múltiplo de 9.

Agora ficou fácil, não é?

Vejam os:

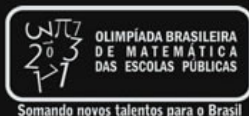
- $a = 1$ e $b = 8$
- $a = 2$ e $b = 7$
- $a = 3$ e $b = 6$
- $a = 4$ e $b = 5$
- $a = 5$ e $b = 4$
- $a = 6$ e $b = 3$
- $a = 7$ e $b = 2$
- $a = 8$ e $b = 1$
- $a = 9$ e $b = 0$
- $a = 9$ e $b = 9$.

Dessa forma, são dez números que atendem as condições do problema.

O problema não pede quais são esses números, mas é muito fácil elencá-los:

1845 ; 2745 ; 3645 ; 4545 ; 5445 ; 6345 ; 7245 ; 8145 ; 9045 ; 9945

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa

