



## .Problema para ajudar na escola: O relógio do Pedrinho



### Problema

(A partir do 7º ano do E. F.)

(ONEM – 2009) O relógio digital de Pedrinho marca horas de 00:00 até 23:59, mas está com um problema: mostra o dígito **2** em vez de mostrar o dígito **8**.

Assim, por exemplo:

- em vez de mostrar **18:48** o relógio mostra **12:42**;
- em vez de mostrar **22:28** o relógio mostra **22:22**;
- em vez de mostrar **08:18** o relógio mostra **02:12**.

Durante um dia, quantas vezes o relógio de Pedrinho mostra **incorretamente** as horas?

### Solução

Para que um determinado horário seja incorretamente exibido ele deve ter um dígito 8. Assim, vamos determinar quantos horários de **00:00** até **23:59** têm, pelo menos, um dígito 8.

Vamos denotar um horário como  $ab:cd$ , sendo que  $ab$  são os dígitos relativos às horas e  $cd$  são os dígitos relativos aos minutos.

- Se os dígitos das horas forem **08** ou **18**, o horário será incorretamente exibido, independente dos respectivos dígitos dos minutos. (E somente essas duas situações relativas às horas provocam erro.)

Mas observe que, para cada uma dessas duas situações, temos sessenta possibilidades para os dígitos dos minutos:

$00, 01, 02, \dots, 58, 59$ .

Assim, temos  $2 \times 60 = \boxed{120}$  horários incorretamente exibidos.

- Se os dígitos das horas não forem nem **08** e nem **18**, o horário só será incorretamente exibido se aparecer um 8 nos dígitos  $cd$  dos minutos. Perceba que o dígito  $c$  não pode ser 8, já que  $00 \leq cd \leq 59$ .

Particularmente, temos  $d = 8$  para os seguintes valores de minutos: 08, 18, 28, 38, 48, 58, ou seja, em seis situações.

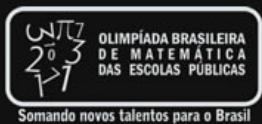
Mas lembre-se de que estamos analisando os casos em que os dígitos das horas não são **08** e nem **18**; então, para cada uma dessas seis possibilidades de dígitos dos minutos, temos  $24 - 2 = 22$  possibilidades para os dígitos das horas:

$00, 01, 02, \dots, 07, 09, 10, 11, \dots, 17, 19, 20, \dots, 23$ .

Portanto, neste caso, temos  $6 \times 22 = \boxed{132}$  horários incorretamente exibidos.

Pelo exposto, a quantidade de horas incorretamente mostradas no relógio de Pedrinho é  $\boxed{120 + 132 = 252}$ .

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.



Apoio



Realização

