



## .Problema para ajudar na escola: Divisores de um e divisores de outro



### Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

Sejam  $x = 4 \cdot 18^n$  e  $y = 18 \cdot 4^n$  números naturais, com  $n \in \mathbb{N}$ .

Se  $x$  tem 88 divisores naturais, quantos divisores naturais tem  $y$ ?

### Ajuda – Número de divisores



Se  $m$  é um número natural não nulo cuja decomposição como produto de potências de primos é

$$m = p_1^{n_1} p_2^{n_2} p_3^{n_3} \cdots p_r^{n_r},$$

então o número de divisores naturais de  $m$  é

$$(n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1) \cdot (n_3 + 1) \cdot \cdots \cdot (n_r + 1).$$

(Se você não se lembra desse resultado, clique [AQUI](#).)

### Solução 1

Como

$$x = 4 \cdot 18^n = (2^2) \cdot (2 \cdot 3^2)^n = 2^2 \cdot 2^n \cdot 3^{2n} = 2^{2+n} \cdot 3^{2n},$$

então o número de divisores de  $x$  é

$$d = ((2 + n) + 1) \cdot (2n + 1) = (3 + n) \cdot (2n + 1).$$

Assim, como  $d = 88$ , segue que

$$(3 + n) \cdot (2n + 1) = 88$$

$$6n + 3 + 2n^2 + n = 88$$

$$2n^2 + 7n - 85 = 0$$

$$n = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 680}}{4}$$

$$n = \frac{-7 \pm \sqrt{729}}{4}$$

$$n = \frac{-7 \pm 27}{4}$$

$$n_1 = \frac{-7 + 27}{4}; n_2 = \frac{-7 - 27}{4}$$

$$n_1 = 5; n_2 = \frac{-17}{2}.$$

Como  $n$  é um número natural, então  $n = 5$  e, assim,

$$y = 18 \cdot 4^n = 18 \cdot 4^5 = (2 \cdot 3^2) \cdot (2^2)^5 = 2^{11} \cdot 3^2.$$

Portanto,  $y$  tem  $(11 + 1) \cdot (2 + 1) = 12 \cdot 3 = 36$  divisores naturais.

## Solução 2

Como

$$x = 4 \cdot 18^n = (2^2) \cdot (2 \cdot 3^2)^n = 2^2 \cdot 2^n \cdot 3^{2n} = 2^{2+n} \cdot 3^{2n},$$

então o número de divisores de  $x$  é

$$d = ((2+n)+1) \cdot (2n+1) = (3+n) \cdot (2n+1).$$

Assim, como  $d = 88$ , segue que

$$(3+n) \cdot (2n+1) = 88$$

$$(3+n) \cdot (2n+1) = 2^3 \cdot 11. \quad (i)$$

Perceba que  $2n+1$  é um número ímpar; assim, de (i), concluímos que temos apenas duas possibilidades para  $2n+1$ :

$$\boxed{2n+1=1} \text{ ou } \boxed{2n+1=11}.$$

Mas, se  $2n+1=1$ , necessariamente  $n=0$  e, neste caso,  $x=4$ . Só que o número 4 não tem 88 divisores; logo  $2n+1$  não pode ser 1. Portanto,  $2n+1=11$  e, com isso,  $n=5$ .

Consequentemente,

$$y = 18 \cdot 4^n = 18 \cdot 4^5 = (2 \cdot 3^2) \cdot (2^2)^5 = 2^{11} \cdot 3^2,$$

e, então,  $y$  tem  $\boxed{(11+1) \cdot (2+1) = 12 \cdot 3 = 36}$  divisores naturais.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização



MINISTÉRIO DA  
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,  
INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO

