

.Problema para ajudar na escola: Avaliando uma soma



Problema

(A partir da 2ª série do E. M.)

(ONEM 2009 – Adaptado) Sabemos que a , b e c são números naturais distintos tais que $a \cdot b \cdot c = 72$. Qual é o menor valor possível para a soma $a + b + c$?

Lembretes



Sejam $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ números reais positivos.

(1) Chamamos de Média Aritmética dos números $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ao número assim definido:

$$MA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}.$$

(2) Chamamos de Média Geométrica dos números $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ao número assim definido:

$$MG = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}.$$

(3) Propriedade importante: $MA \geq MG$, ou seja,

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}.$$

A igualdade só ocorre para $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$.

(Para aprender um pouco mais sobre médias, clique [AQUI](#))

Solução

Suponhamos, sem perda de generalidade, que a , b e c são números naturais tais que $a \cdot b \cdot c = 72$, com $a < b < c$.

Pela desigualdade apresentada no Lembrete (3) e sabendo que a , b e c são números positivos, temos que:

$$\frac{a + b + c}{3} > \sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$$

e, assim,

$$\frac{a + b + c}{3} > \sqrt[3]{72}.$$

Como $\sqrt[3]{72} \approx 4,16$, segue que

$$\frac{a + b + c}{3} > \sqrt[3]{72} > 4.$$

e, portanto, $a + b + c > 12$.

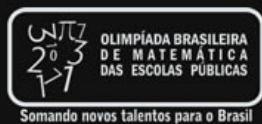
Mas observe que a , b e c são números naturais e, assim, $a + b + c$ é também um número natural. Então podemos concluir que $a + b + c \geq 13$.

Particularmente, se $a = 3$, $b = 4$ e $c = 6$, então $a + b + c = 13$; portanto, o menor valor possível para a soma $boxeda + b + c$ é, de fato, **13**.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Participaram da discussão os Clubes **FAAPERS** e **Os Pitagóricos MA**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



SBM

Realização



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA,
INOVACÕES E COMUNICAÇÕES

MINISTÉRIO DA
EDUCAÇÃO

