.Problema para ajudar na escola: A área de uma região

Problema

(A partir da 1ª série do E. M.)

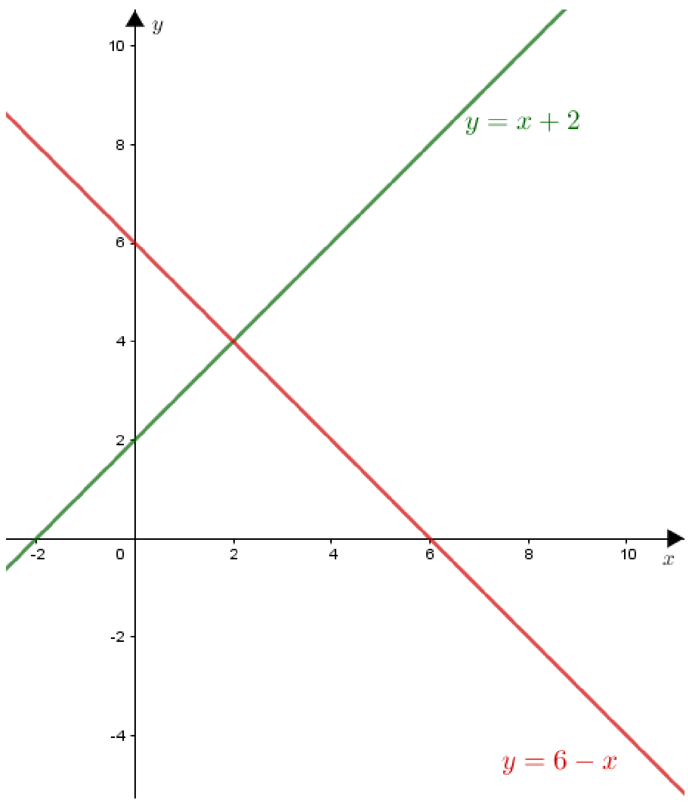
Seja f a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} x+2 \ \text{, se } 0 \leqslant x \leqslant 2 \\ 6-x\text{, se } 2 < x \leqslant 6 \end{cases}$$

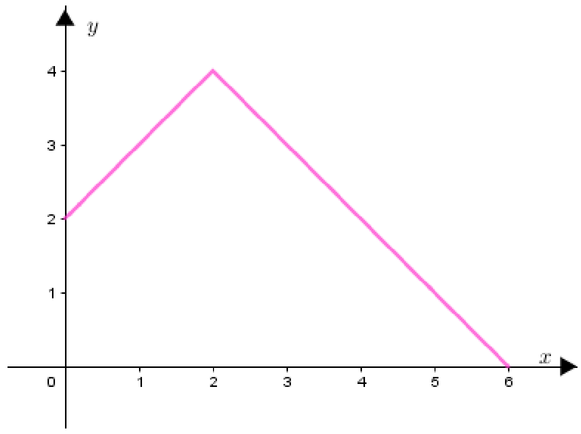
Determinar a área da região limitada pelo gráfico da função f e pelas retas definidas por $x=0$ e $y=0$.

Solução

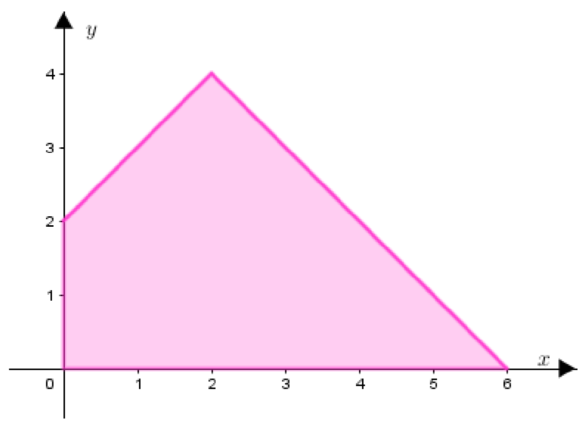
Vamos traçar inicialmente as retas definidas por $y=x+2$ e $y=6-x$ para obtermos o gráfico da função f.



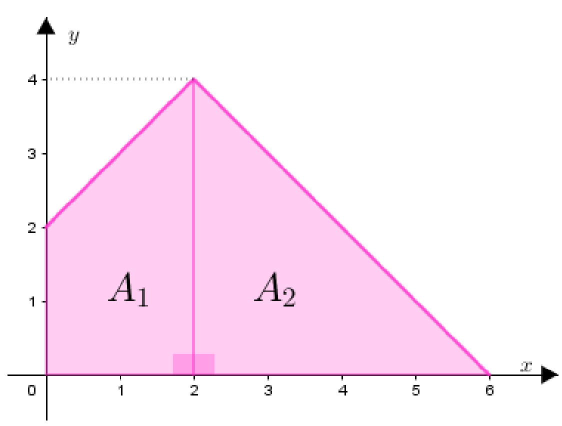
Observe que as retas se cortam quando $y=x+2=6-x$, ou seja, no ponto $(2,4)$.
Este é o gráfico da função f



e esta é a região cuja área vamos calcular.



Observe que podemos decompor a região em questão em um trapézio e em um triângulo retângulo, conforme vemos na figura a seguir.



Com isso, a área a ser determinada é a soma das áreas A_1 e A_2 .

Observe que:

$$A_1 = \frac{(\text{base maior}+\text{base menor}) \times \text{altura}}{2}$$

$$A_1 = \frac{(4+2) \times 2}{2}$$

$$\boxed{A_1 = 6 \, \text{unidades de área}}$$

e

$$A_2 = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$A_2 = \frac{4 \times 4}{2}$$

$$\boxed{A_2 = 8 \, \text{unidades de área}} \, .$$

Assim, a área da região limitada pelo gráfico da função f e pelas retas definidas por $x=0$ e $y=0$ é:

$$\boxed{A_1 + A_2 = 14 \text{ unidades de área}} \, .$$

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.