

## .Problema para ajudar na escola: A velha propriedade do MDC e do MMC



### Problema

(A partir do 6º ano do E. F.)

Sejam  $a$  e  $b$  números naturais não nulos tais que  $mmc(a, b) = 2a$ ;  $mdc(a, b) = \frac{a}{3}$  e  $a - b = 168$ .

**Determinar o número  $a$ .**

### Solução

Para resolver este problema, utilizaremos uma importante propriedade que relaciona o  $mmc$  e o  $mdc$  de dois números:

Para quaisquer números naturais não nulos  $x$  e  $y$ ,

$$mmc(x, y) = \frac{x \cdot y}{mdc(x, y)}.$$

De fato, utilizando essa propriedade conseguimos uma segunda relação entre  $a$  e  $b$ , o que vai nos permitir resolver o problema:

$$mmc(a, b) = \frac{a \cdot b}{mdc(a, b)}$$

$$mdc(a, b) \cdot mmc(a, b) = a \cdot b$$

$$\frac{a}{3} \cdot 2a = a \cdot b$$

$$b = \frac{2}{3}a.$$

Substituindo  $b = \frac{2}{3}a$  na igualdade  $a - b = 168$  fornecida pelo problema, segue que:

$$a - \frac{2}{3}a = 168$$

$$\frac{3a - 2a}{3} = 168$$

$$a = 3 \times 168$$

$$a = 504.$$

De  $a - b = 168$  segue, agora, que:

$$504 - b = 168$$

$$b = 504 - 168$$

$$b = 336.$$

## Conferindo...



A boa prática de conferir resultados numéricos que conseguimos ao resolver um problema, neste caso, vai propiciar recordarmos formas de obter o *mdc* e o *mmc* de dois números naturais.

Observe inicialmente que, pelos dados do problema,  $a - b = 168$  e, no nosso caso:

$504 - 336 = 168. \checkmark$

Também pelos dados do problema,  $mmc(a, b) = 2a$  e  $mdc(a, b) = \frac{a}{3}$ . Assim, o *mmc* e o *mdc* de 504 e 336 deveriam ser 1008 e 168, respectivamente. Vejamos.

Uma das maneiras de se obter o *mmc* e o *mdc* de dois números naturais é escrever cada número como produto de fatores primos e lembrar de duas regras:

**Regra 1:** O  $mdc(x, y)$  é o produto dos fatores primos que aparecem tanto na decomposição de  $x$  como na de  $y$ , com cada fator primo elevado ao menor dos dois expoentes que aparecem nessa decomposições.

**Regra 2:** O  $mmc(x, y)$  é o produto dos fatores primos que aparecem na decomposição de  $x$  ou na de  $y$ , com cada fator primo elevado ao maior dos dois expoentes que aparecem nessas decomposições.

Vamos lá!

504	2	336	2
252	2	168	2
126	2	84	2
63	3	42	2
21	3	21	3
7	7	7	7
1		1	

Então,  $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^1$  ;  $336 = 2^4 \cdot 3^1 \cdot 7^1$  e, aplicando as duas Regras acima, temos que:

$$mmc(504, 336) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^1 = 1008, \checkmark$$

$$mdc(504, 336) = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1 = 168. \checkmark$$

Podemos também obter o *mmc* e o *mdc* de dois números naturais pelo processo da decomposição simultânea, que nos dá diretamente o *mmc* e nos permite assinalar os fatores comuns para obtermos o *mdc*.

Vejamos.

504	336	2
252	168	2
126	84	2
63	42	2
63	21	3
21	7	3
7	7	7
1	1	

Assim,

$$mmc(504, 336) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^1 = 1008, \checkmark$$

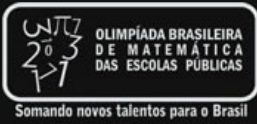
$$mdc(504, 336) = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 7^1 = 168. \checkmark$$

Finalmente, lembramos que também podemos obter o *mdc* de dois números utilizando o processo de divisões sucessivas:

	quocientes→		1	2
	dividendos/divisores→	504	336	168
	restos→	168	0	

Como 168 é o último resto não nulo do processo,  $mdc(504, 336) = 168. \checkmark$

Feito com ♥ por Temas Graphene.



Apoio



Realização

impa

