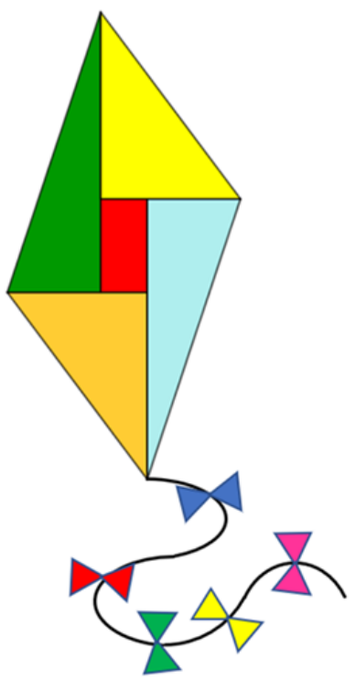
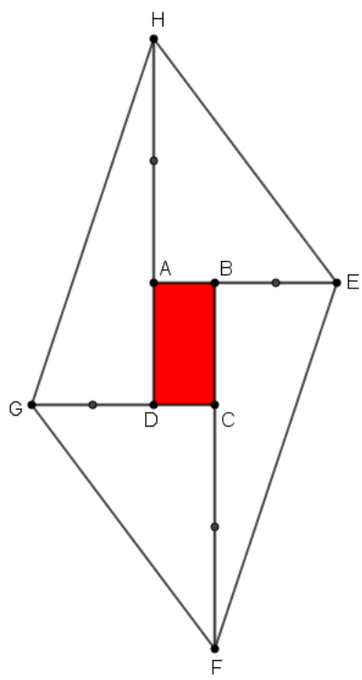
.Problema para ajudar na escola: A pipa que Joãozinho construiu

Problema

(A partir do 9º ano do E. F.)

(**OPM** – 2004) Para construir a pipa de papel mostrada na figura à esquerda, Joãozinho traçou um retângulo $ABCD$ numa folha de papel e pintou o seu interior.
Em seguida, Joãozinho prolongou cada um dos lados do retângulo pintado, triplicando o comprimento de cada um. Com isso ele obteve o quadrilátero $EFGH$, conforme mostrado na figura ampliada, à direita.
Por fim, Joãozinho pintou os quatro triângulos resultantes da construção, colocou uma rabiola colorida e partiu para brincar...





Sabendo que a área do retângulo inicial pintado por Joãozinho é $4\,cm^2$, determine a área da pipa que ele construiu.

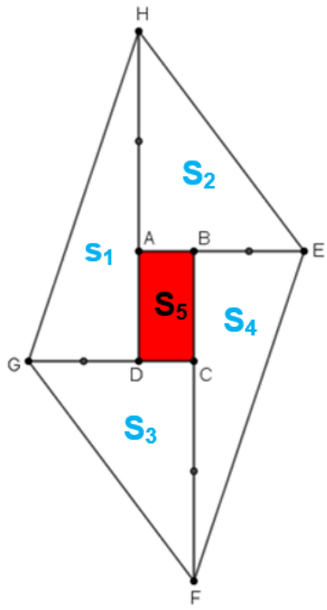
(Para efeito dos cálculos, não considere a rabiola)

Solução

Observe que a área da pipa, sem a rabiola, é a soma da área dos triângulos HDG ; FBE ; HAE e FCG e do retângulo $ABCD$. Como os quatro triângulos foram construídos prolongando-se os lados do retângulo $ABCD$, eles são triângulos retângulos e, portanto, suas áreas podem ser calculadas utilizando-se os respectivos catetos como bases e alturas.
Vamos aos cálculos:

- $S_1 = \dfrac{GD \times HD}{2} = \dfrac{\cancel{2}\,DC \times 3AD}{\cancel{2}} = AB \times 3AD$
- $S_2 = \dfrac{HA \times AE}{2} = \dfrac{\cancel{2}\,AD \times 3AB}{\cancel{2}} = AD \times 3AB$

- $S_3 = \dfrac{FC \times CG}{2} = \dfrac{\cancel{2}\, BC \times 3DC}{\cancel{2}} = AD \times 3AB$
- $S_4 = \dfrac{FB \times BE}{2} = \dfrac{3BC \times \cancel{2}\, AB}{\cancel{2}} = AB \times 3AD$
- $S_5 = AB \times AD\,.$



Assim, a área S da pipa é:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$$
$$S = AB \times 3AD + AD \times 3AB + AD \times 3AB + AB \times 3AD + AB \times AD$$
$$S = 3 \times AB \times AD + 3 \times AB \times AD + 3 \times AB \times AD + 3 \times AB \times AD + AB \times AD$$
$$S = (3 + 3 + 3 + 3 + 1) \times AB \times AD$$
$$S = 13 \times (AB \times AD)\,.$$

Pelos dados do problema, $S_5 = AB \times AD = 4\,cm^2$, logo:

$$S = 13 \times (AB \times AD) = 13 \times 4 = 52\,cm^2\,.$$

Assim, a área da pipa que Joãozinho construiu é $\boxed{52\,cm^2}$.

Solução elaborada pelos **Moderadores do Blog**.

Feito com ♥ por Temas Graphene.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
Somando novos talentos para o Brasil

Apoio
CAPES CNPq SBM

Realização
impa
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
PÁTRIA AMADA BRASIL GOVERNO FEDERAL