

Uma Interpretação Geométrica do MDC

Revista do Professor de Matemática - RPM 29

Zelci Clasen de Oliveira
Ribeirão Preto, SP

Um dia desses, uma colega trouxe-me uma questão que havia visto num concurso. Era mais ou menos assim:

Um terreno retangular de 221 m por 117m será cercado. Em toda a volta desse cercado, serão plantadas árvores igualmente espaçadas. Qual o maior espaço possível?

Respondi logo: — Ora, é um problema de MDC (subentendendo que uma árvore deve ser plantada em cada canto do terreno e o espaço entre as árvores deve ter um número inteiro de metros).

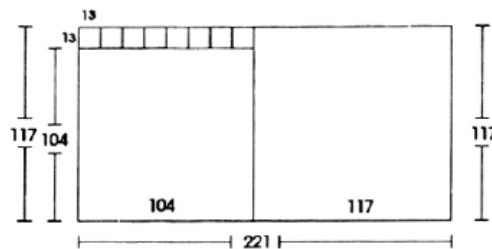
Calculei logo o valor pelo método das divisões sucessivas e obtive o resultado: 13 m.

	1	1	8
221	117	104	13
104	13	0	

A colega disse então que havia proposto o mesmo problema ao pai de um amigo, e que ele havia chegado mentalmente à resposta sem que soubesse explicar como. Na tentativa de adivinhar seu raciocínio, desenhei um retângulo e coloquei suas medidas: 221 e 117.

— Quem sabe ele não pensou: 117 não divide 221. Fazendo a diferença 221 menos 117, encontramos 104. Porém, 104 não divide 117. Fazendo então a diferença 117 menos 104, encontramos 13, que divide 104 e é a resposta do problema.

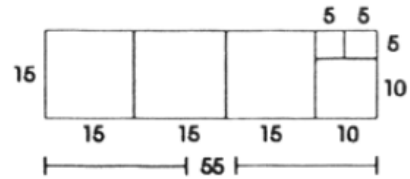
A figura que fiz enquanto falava, mostrava o retângulo original dividido em quadrados: um de lado 117, outro de lado 104 e mais oito quadrados de lado 13. Ela ficou assim:



Percebi imediatamente que ali estava o princípio das divisões sucessivas, visto através de uma imagem geométrica. Procurei então enunciar o "método" de encontrar o MDC de dois números que a figura me sugeria e, depois de algumas tentativas, o enunciado que mais me agradou foi o seguinte:

Dados dois números naturais a e b, construímos um retângulo com essas dimensões. Cobrindo esse retângulo com os maiores quadrados possíveis, o lado do menor quadrado será o MDC entre a e b.

Para que todos entendam bem esse enunciado, vou dar mais um exemplo. Observe, na figura ao lado, o retângulo de dimensões 55 e 15. Vamos cobrir esse retângulo com os maiores quadrados possíveis. São três quadrados de lado 15, um quadrado de lado 10 e dois quadrados de lado 5. Isso quer dizer que o MDC entre 5 e 15 é 5.



Simple, não? Foi gratificante encontrar uma forma de ilustrar um procedimento aritmético *usando áreas, mostrando mais uma vez a importância do relacionamento de assuntos diversos da Matemática elementar.*

Dias depois do que acabo de relatar, lendo a História da Matemática, de Carl Boyer, encontro, na página 84, uma referência ao livro dos Elementos de Euclides, que contém, essencialmente, o "método" que imaginei. Diz o seguinte:

Dados dois números diferentes, subtrai-se o menor a do maior b repetidamente até que se obtenha um resto r_1 menor do que o menor número; então subtrai-se repetidamente esse resto r_1 de a até resultar um resto r_2 menor do que r_1 então subtrai-se repetidamente r_2 de r_1 e assim por diante, finalmente, o processo leva a um resto r_n que mede ⁽²⁾ r_{n-1} portanto todos os restos precedentes, bem como a e b; esse número r_n será o máximo divisor comum de a e b.

Apesar do "achado", considero ainda importante a maneira de abordar a questão através da visualização geométrica, proporcionando a professores e alunos uma interessante alternativa de tratar o assunto.