

Lista de exercícios número 7

1) Determine f de modo que $g(f(x)) = x$ para todo $x \in D_f$, onde g é dada por:

a) $g(x) = \frac{1}{x}$

b) $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$

c) $g(x) = -x + 2$

d) $g(x) = x^2 - 2x$

2) Determine, caso existam, as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$ onde f e g são funções dadas por:

a) $f(x) = \frac{3}{x-2}$ e $g(x) = x+1$

b) $f(x) = x^2$ e $g(x) = \sqrt{x}$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(x) = x^3 - x^2$

d) $f(x) = x^2 - 2$ e $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

e) $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \geq 0 \\ x-1, & \text{se } x < 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} x^2-1, & \text{se } x < 1 \\ 4-x^2, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

3) Sejam f e g as funções definidas por $f(x) = x + 1 + 2a$ e $g(x) = a - 7x$, onde $a \in \mathbb{R}$. Determine o valor de a de modo que $f \circ g = g \circ f$.

4) Determine as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$, sabendo-se que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ são as funções definidas por:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4, & \text{se } x \geq 1 \\ 3x + 4, & \text{se } x < 1 \end{cases}$ e $g(x) = x - 3$

Resposta: $f \circ g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 7, & \text{se } x \geq 4 \\ 3x - 5, & \text{se } x < 4 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & \text{se } x < 0 \\ 4x - 3, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ e $g(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } x \leq 2 \\ 1 + x, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

Resp. $f \circ g(x) = \begin{cases} 4x + 1, & \text{se } x > 2 \\ 1 - 4x^2, & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ x^4 + x^2, & \text{se } x < -1 \text{ ou } 1 < x \leq 2 \end{cases}$ e $g \circ f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & \text{se } x > \frac{5}{4} \\ -16x^2 + 24x - 8, & \text{se } 0 \leq x \leq \frac{5}{4} \\ x^2 - 3x + 3, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

5) Se f é uma função definida por $f(x) = ax^n$, com $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}^*$, determine a e n de modo que $f \circ f(x) = 3x^4$.

Resposta: $n=2$ e $a = \sqrt[3]{3}$

6) Sejam as funções f e g de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ onde $f(x) = 3x - 5$ e $f \circ g(x) = x^2 - 2$. Determinar, então, a lei de formação que define g .

Resposta: $g(x) = \frac{x^2 + 3}{3}$