



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

A história da matemática

“Para o infinito e além”

Resumo

O episódio “Para o Infinito e Além” é o último da Série: *The story of math* (A História da Matemática), produzida pela BBC. É um passeio intrigante pelas últimas descobertas da matemática, mostrando como a busca pela solução de grandes problemas matemáticos contribuiu para o desenvolvimento não só da matemática pura, através da interligação de ramos aparentemente disjuntos como teoria dos números, topologia, geometria diferencial, grafos, dentre outros, mas também da física, das telecomunicações, da computação. Das novas concepções e entendimento do infinito, por Cantor; passando pelo nascimento da teoria do caos, da topologia e da teoria necessária para o desenvolvimento do computador, até apresentar as ideias básicas das novas fronteiras do conhecimento matemático, essa ciência é apresentada relacionada aos contextos sociais, políticos e econômicos dos últimos séculos. O filme nos convida a uma nova visão entre a trama: matemática e sociedade, mostrando como a genialidade humana – seus feitos e limitações – influenciam e são influenciados por regimes, guerras, cultura e arte. O filme é, portanto, uma excelente aula de como a matemática continua caminhando para o infinito e além.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo.

Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Palavras-chave

História da matemática, resolução de problemas, Hilbert, Cantor e Poincaré.

Nível de ensino

Superior, formação de professores de matemática.

Modalidade

Licenciatura, bacharelado, especialização em ensino/aprendizagem de matemática.

Componente curricular

Matemática, disciplinas de história da matemática; história da ciência, fundamentos da matemática elementar.

Disciplinas relacionadas

Física e astronomia.

Aspectos relevantes do vídeo

- 1) A importância da resolução de problemas no desenvolvimento da matemática, tanto pura quanto aplicada.
- 2) Como diferentes partes da matemática, aparentemente distantes e não associáveis, são interligadas e usadas por mentes geniais para a resolução de problemas mais elaborados. Exemplos da geometria sendo utilizada para resolver problemas de álgebra;

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo.

Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

- álgebra e aritmética, para resolver problemas de topologia etc. A intradisciplinaridade mostrando o seu valor nas novas fronteiras do conhecimento matemático.
- 3) O impacto dos interesses geopolíticos e econômicos, em cada época e região na intensidade e deslocamento da produção do conhecimento científico. O caso da mudança do eixo do centro de excelência de pesquisa matemática, da Alemanha para os EUA, é um excelente exemplo apresentado nesse vídeo.
 - 4) O desenvolvimento da matemática dentro do contexto das transformações históricas, tais como nascimento e queda de regimes, guerras etc.
 - 5) A compreensão do infinito por Cantor e Hilbert e o fechamento da compreensão dos números reais.
 - 6) Topologia: do nascimento e desenvolvimento teórico às aplicações em malhas e redes em geral.
 - 7) Abordagem do nascimento da Teoria dos Grafos. Esse assunto, que começou como uma simples charada, aborda a relação entre pontos e suas ligações. Após três séculos, a Teoria dos Grafos está presente em computação, engenharia de produção, sistemas de transportes, genética, dentre outros.
 - 8) Genialidade e limitações da mente humana.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo.

Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Duração da atividade

Devido às características dessa série e seus objetivos, apresentamos nesta seção sugestões de como utilizar o vídeo na formação de professores ou futuros professores. Além disso, apresentamos alguns exemplos de como a história da matemática pode ajudar na forma e no planejamento do ensino de alguns desses temas.

O que o aluno poderá aprender com esta aula

- 1) A história da matemática como cultura para a formação do professor de matemática.
- 2) A compreensão do desenvolvimento histórico como fundamento pedagógico para sua prática. Como a história mostra que os problemas são o motor do desenvolvimento da disciplina, ela nos ensina que em sala de aula, o principal componente das aulas de matemática deve ser a resolução de problemas.
- 3) A compreensão de como diferentes partes da matemática têm sido utilizadas para resolver grandes problemas, e que há problemas e conceitos, presentes nos ensinamentos fundamental e médio, que podem e devem ser abordados para mostrar a interligação entre temas diferentes, como álgebra e geometria; trigonometria e funções; combinatória e geometria; vetores e geometria espacial, dentre outros.

Conhecimentos prévios que devem ser trabalhados pelo professor com o aluno

Como as orientações são para alunos de licenciatura ou até mesmo professores que estejam cursando uma especialização em matemática, é interessante que os graduandos ou professores tenham estudado geometria euclidiana, álgebra e cálculo.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Estratégias e recursos da aula/descrição das atividades

Atividade 1

Utilizar o filme para ampliar a visão do professor ou licenciando de matemática sobre a produção matemática no século XX, aproveitando os casos apresentados para discutir como o desenvolvimento da disciplina está ligado à resolução de problemas e à interligação entre temas aparentemente disjuntos. Esse filme deve servir para incentivar o professor a usar, sempre que possível, a resolução de problemas no ensino. Isso vale desde a introdução de um conceito – como motivação, por exemplo, até a resolução de exercícios teóricos ou envolvendo aplicações. Como o filme trata de fronteiras do conhecimento, abordando vários assuntos, mesmo que de um ponto de vista mais cultural, é difícil tentar aplicá-lo direta ou especificamente ao ensino de algum conceito específico.

Uma proposta é:

Exibição do filme: *Para o infinito e além*;

Solicitar aos professores que deem exemplos de assuntos dos ensinos fundamental e médio que podem ser interligados.

Exemplos no ensino fundamental.

- 1) Utilização do conceito de área no estudo dos produtos notáveis, mostrando assim uma interligação frutífera entre álgebra e geometria;
- 2) Orientar o estudo da resolução de equações do segundo grau usando o completamento de quadrados (os árabes utilizaram inicialmente a geometria para a

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo.

Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

concepção e utilização desse método) ou por outras construções geométricas, como faziam os gregos.

- 3) Utilização da geometria com a aritmética no estudo de frações e proporcionalidade.
- 4) Utilizar construções geométricas para justificar resultados de aritmética como médias aritmética e geométrica.
- 5) Utilizar os polígonos regulares na Investigação dos padrões presentes no ladrilhamento do plano, bem como abordar as propriedades geométricas dos polígonos regulares para compreender os padrões.

Mostrar para o professor como essa interligação é importante para diminuir a visão que se tem da desconexão entre os temas de uma mesma disciplina, o que em parte é fruto das divisões entre os tempos de matemática na educação básica. (aula de álgebra, aula de geometria, aula de trigonometria, aula de desenho geométrico etc.).

Exemplos no ensino médio.

- 1) Utilizar continuamente o conceito de semelhança de triângulos no estudo da função afim e nas soluções de problemas envolvendo crescimentos lineares.
- 2) No estudo de sistemas lineares, associar retas e planos às equações lineares com duas e três incógnitas, explorando a interligação entre o número de soluções e a posição relativa entre esses objetos.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo.

Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

- 3) Estudo das progressões geométricas com apoio às funções exponenciais, mostrando ao aluno a interligação entre padrões de crescimento envolvendo a taxa de variação, crescimentos exponenciais, gráficos e assíntotas, limites, logaritmos e interpretação de gráficos e tabelas.
- 4) No estudo de poliedros explorar a questão topológica da relação de Euler, conforme é apresentado por Lovaz (2009)
- 5) Ampliar a visão do ensino de matemática discreta, por exemplo, aproveitando o estudo da combinatória de contagem para se discutir problemas envolvendo combinatória de existência, conforme sugerido pelo documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio, do MEC. Veja abaixo:

No ensino médio, o termo “combinatória” está usualmente restrito ao estudo dos problemas de contagem, mas esse é apenas um de seus aspectos. Outros tipos de problemas poderiam ser trabalhados na escola – são aqueles relativos a conjuntos finitos e com enunciados de simples entendimento relativo, mas não necessariamente fáceis de resolver. Um exemplo clássico é problema das pontes de Konisberg, tratado por Euler [...] Problemas dessa natureza podem ser utilizados para desenvolver uma série de habilidades importantes: modelar o problema, via estrutura de grafo – no exemplo, um diagrama em que cada ilha é representada por um ponto e cada ponte é um segmento conectando dois pontos; explorar o problema, identificando situações em que há ou não solução; convergir para a descoberta da condição geral de existência de uma tal solução... Muitos outros exemplos de problemas combinatórios podem ser tratados de modo semelhante, tais como determinar a rota mais curta em uma rede de transportes ou determinar um eficiente trajeto para coleta de lixo de uma cidade. (BRASIL, 2006, p. 94).

Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo.
Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

A matemática discreta ainda é um tema pouco explorado no currículo de matemática no Brasil. Problemas em grafos, por exemplo, cuja origem é o famoso problema das sete pontes de Königsberg, resolvido por Euler, são muito interessantes para o desenvolvimento do processo de descoberta.

Temas em grafos são essencialmente investigativos. A investigação está na essência dos Grafos e, conseqüentemente, na abordagem que utilizamos para o seu ensino. Partir das concepções iniciais, principalmente de estratégias iniciais de resolução dos problemas, nos ofereceu uma rica construção de saberes, deixando os alunos à vontade para expressarem suas dúvidas e questionamentos, e ainda expusessem seus resultados, permitindo assim que todos tivessem a oportunidade de dominar as técnicas e teoremas a serem ensinados. (MUNIZ, 2007)

Um exemplo de atividade que pode ser desenvolvida com alunos da educação básica se relaciona como está representada abaixo:

Atividade 1

A figura ao lado representa um pequeno mapa com alguns quarteirões. Partindo de um dos postos identificados no mapa, precisamos encontrar um caminho que passe em cada uma das ruas exatamente uma vez. Utilize os postos para escrever a seqüência que represente um caminho encontrado.

Anote aqui a seqüência que usou:

Por onde você começou?

Em que ponto terminou?

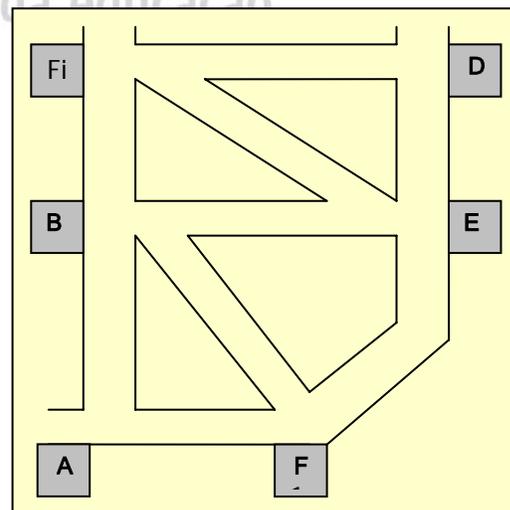


Fig. 2.1 – Mapa da atividade 1.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**. Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Vamos tentar de outro jeito?

Anote aqui a sequência que usou:

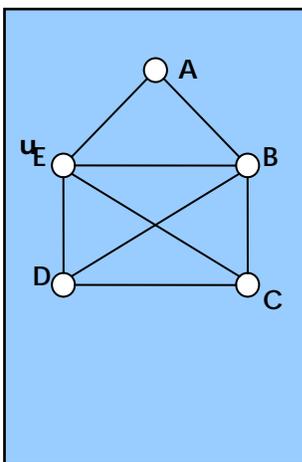
Por onde você começou?

Em que ponto terminou?

É possível encontrar um caminho partindo dos postos A, B, D, E? Explique com suas palavras o que acontece.

Atividade 2

Agora, tente fazer o mesmo com os grafos abaixo (colocamos apenas dois exemplos, mas há muitos outros exemplos disponíveis em <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/cp083547.pdf>) (MUNIZ, 2007). Anote as sequências (no máximo três), caso consiga. Para ajudá-lo na investigação, preencha as tabelas em cada caso. Busque encontrar relações entre o número de vértices e o número de arestas. Bom trabalho!



VÉRTICE	GRAU	Sequência 1
A		<input type="text"/>
B		
C		
D		
E		
SOMA DOS GRAUS		Sequência 2
Nº.		<input type="text"/>
ARESTAS		
Nº. VERT C/ GRAU IMPAR		
		Sequência 3

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS



Concluindo....

- 1) Existe alguma relação entre o número de arestas e a soma dos graus dos vértices nos grafos observados? Explique ou demonstre tais relações (só para lembrar, pois já tratamos disso antes, lembra?)
- 2) O que acontece com o número de vértices de grau ímpar? Por que isso acontece?
- 3) Em algumas das figuras acima, foi possível encontrar um caminho que passasse em cada aresta exatamente uma vez? Escrevendo as três sequências encontradas para cada caso, explique as condições para que isso aconteça.
- 4) Em alguns das figuras acima, foi possível encontrar um ciclo (caminho fechado) que passasse em cada aresta exatamente uma vez? Explique as condições para que isso aconteça.

Questões para discussão

Além das apresentadas como sugestão nas atividades, temos:

- 9) A matemática discreta no século XX e sua inserção no ensino médio.
- 10) As fronteiras do conhecimento matemático: estamos caminhando para um século de aplicações ou novas concepções teóricas.

Referências bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 1998

D'AMORE, Bruno. *Elementos de didática da matemática*. (tradução de Maria Cristina Bonomi). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

MUNIZ Jr., I. Encontrando, Minimizando e Planejando Percursos: uma introdução à teoria dos grafos no Ensino Médio. M.Sc. Dissertação. Cefet, RJ, Brasil, 2007a.

MUNIZ, Ivail Junior. ; CARDOSO, T. F. L. As transformações nos programas de Matemática do Colégio Pedro II no período 1889 a 1931. In: I ENCONTRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO - RJ, 2007, RIO DE JANEIRO. *Encontro de história da educação do Estado do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro : H.P. Comunicação Editora, 2007b.

MUNIZ Jr., I. Grafos & Algoritmos: Conceitos, aplicações e experiências no Ensino Médio. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte, 2007c.



Consultor: Ivail Muniz Junior.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo.
Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.